

Hong Kong Mathematics Olympiad (2012 / 2013)

Heat Event (Individual)

香港數學競賽 (2012 / 2013)

初賽項目(個人)

除非特別聲明，答案須用數字表達，並化至最簡。

Unless otherwise stated, all answers should be expressed in numerals in their simplest form.

1. 化簡  $\sqrt{94 - 2\sqrt{2013}}$ 。

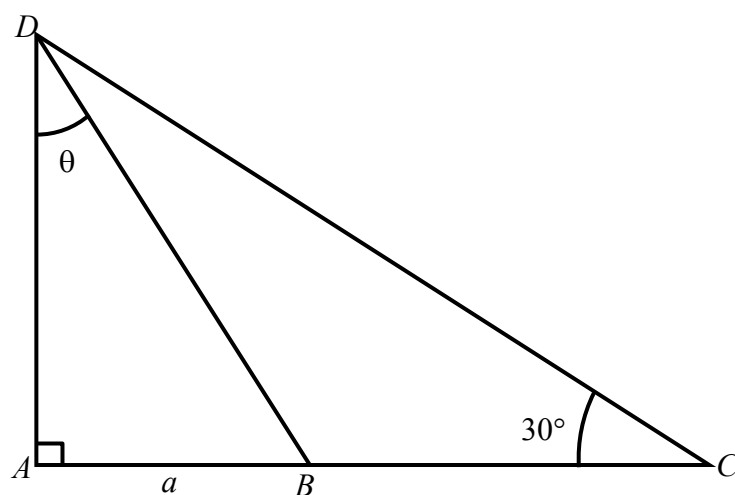
Simplify  $\sqrt{94 - 2\sqrt{2013}}$ .

2. 一個平行四邊形可被分成 178 個邊長為 1 單位的等邊三角形，若該平行四邊形的周界為  $P$  單位，求  $P$  的最大值。

A parallelogram is cut into 178 pieces of equilateral triangles with sides 1 unit. If the perimeter of the parallelogram is  $P$  units, find the maximum value of  $P$ .

3. 圖一所示為一直角三角形  $ACD$ ，其中  $B$  是  $AC$  上的點且  $BC = 2AB$ 。已知  $AB = a$  及  $\angle ACD = 30^\circ$ ，求  $\theta$  的值。

Figure 1 shows a right-angled triangle  $ACD$  where  $B$  is a point on  $AC$  and  $BC = 2AB$ . Given that  $AB = a$  and  $\angle ACD = 30^\circ$ , find the value of  $\theta$ .



圖一

Figure 1

4. 已知  $x^2 + 399 = 2^y$ ，其中  $x$ 、 $y$  為正整數。求  $x$  的值。

Given that  $x^2 + 399 = 2^y$ , where  $x$ ,  $y$  are positive integers. Find the value of  $x$ .

5. 已知  $y = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 2013$ ，求  $y$  的最小值。

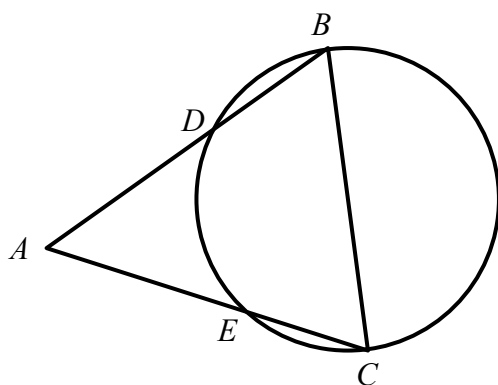
Given that  $y = (x+1)(x+2)(x+3)(x+4) + 2013$ , find the minimum value of  $y$ .

6. 從一個有  $n$  條邊的凸多邊形中，選取其中一隻內角。若餘下的  $n-1$  隻內角之和是  $2013^\circ$ ，求  $n$  的值。

In a convex polygon with  $n$  sides, one interior angle is selected. If the sum of the remaining  $n-1$  interior angles is  $2013^\circ$ , find the value of  $n$ .

7. 圖二所示為一通過  $B$  點及  $C$  點的圓，而  $A$  點則位於圓之外。已知  $BC$  是圓的直徑， $AB$  及  $AC$  分別與圓相交於  $D$  點及  $E$  點，且  $\angle BAC = 45^\circ$ 。求  $\frac{\text{area of } \triangle ADE}{\text{area of } BCED}$  的面積。

Figure 2 shows a circle passes through two points  $B$  and  $C$ , and a point  $A$  is lying outside the circle. Given that  $BC$  is a diameter of the circle,  $AB$  and  $AC$  intersect the circle at  $D$  and  $E$  respectively and  $\angle BAC = 45^\circ$ . Find  $\frac{\text{area of } \triangle ADE}{\text{area of } BCED}$ .



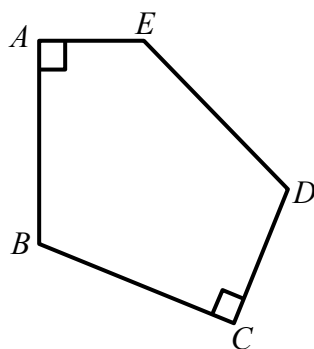
圖二  
Figure 2

8. 解  $\sqrt{31 - \sqrt{31 + x}} = x$ 。

Solve  $\sqrt{31 - \sqrt{31 + x}} = x$ .

9. 圖三所示為五邊形  $ABCDE$ 。  $AB = BC = DE = AE + CD = 3$ ，且  $\angle A = \angle C = 90^\circ$ ，求該五邊形的面積。

Figure 3 shows a pentagon  $ABCDE$ .  $AB = BC = DE = AE + CD = 3$  and  $\angle A = \angle C = 90^\circ$ , find the area of the pentagon.



圖三  
Figure 3

10. 若  $a$  及  $b$  為實數，且  $a^2 + b^2 = a + b$ 。求  $a + b$  的最大值。

If  $a$  and  $b$  are real numbers, and  $a^2 + b^2 = a + b$ . Find the maximum value of  $a + b$ .

完  
END